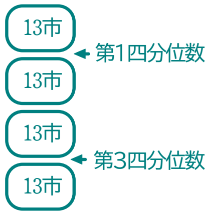
共通テスト（２０２３年度）　数学ＩＡ　模範解答

第２問

［１］

(1)　52 市÷4＝13 市となるので，小さい方から 13 番目と14番目の平均が第 1 四分位数，大きい方から 13 番目と14番目の平均が第 3 四分位数となる。

ヒストグラムを整理すると



1000 以上 1400 未満 … 2 市　9 市　20 市
1400 以上 1800 未満 … 7 市
1800 以上 2200 未満 … 11 市　← 第 1 四分位数
2200 以上 2600 未満 … 7 市
2600 以上 3000 未満 … 10 市
3000 以上 3400 未満 … 8 市　← 第 3 四分位数
3400 以上 3800 未満 … 5 市
3800 以上 4200 未満 … 0 市　7 市　15 市
4200 以上 4600 未満 … 1 市
4600 以上 5000 未満 … 1 市

よって，第 1 四分位数は **1800 以上 2200 未満**，第 3 四分位数は **3000 以上 3400 未満**

また，1800≦(第 1 四分位数)＜2200，3000≦(第 4 四分位数)＜3400 より

3000－2200＜(第 4 四分位数)－(第 1 四分位数)＜3400－1800

800＜(第 4 四分位数)－(第 1 四分位数)＜1600

四分位範囲は，第 4 四分位数と第 1 四分位数の差で求まるので，

800 より大きく 1600 より小さい

(2)　(i)　値域 E の中央値は 2200 以上2600未満，値域 W の中央値は 2600 以上 3000 未満。よって，**中央値は，値域 E より値域 W の方が大きい。**

(ii)　かば焼きの支出金額の分散は，かば焼きの支出金額の偏差の **2 乗を合計して値域 E の市の数で割った値。**　← 公式です！(分散＝偏差の2乗の平均)

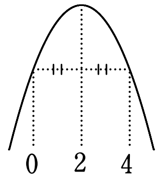
(3)　やきとり，かばやきの支出額の標準偏差をそれぞれ s_x，s_y とし，共分散を s_{xy} とする。このとき，相関係数は $\dfrac{s_{xy}}{s_x s_y}=\dfrac{124000}{590\times 570}=0.368\cdots\fallingdotseq$**0.37**

［2］

(1)　放物線 C_1 は 2 点 $\mathrm{P}_0\,(0,\ 3)$，M $(4\ \ 3)$ を通るので，軸の方程式は

$$x=\frac{0+4}{2}=2$$

$y=ax^2+bx+c$ に2点の座標を代入でも解けるけど、
2点の y 座標が同じときには、左のテクニックが使える！



よって，C_1 の方程式は，$y=a(x-2)^2+q$ と表せ，

展開すると，$y=ax^2-4ax+4a+q$ ………①

これが点 $(0,\ 3)$ を通るので　$3=0-0+4a+q$　　　$\therefore\ \ q=3-4a$

よって，① より C_1 の方程式は　$y=ax^2-4ax+3$

また，プロ選手の「シュートの高さ」は，C_1 の頂点の y 座標なので　$q=-4a+3$

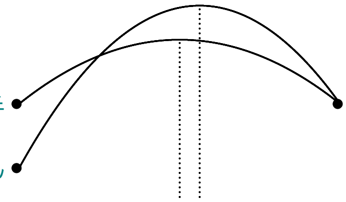
プロ選手と花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」は，頂点の x 座標を比較すればよいので，

$$(C_2\text{ の頂点の }x\text{ 座標})-(C_1\text{ の頂点の }x\text{ 座標})=2-\frac{1}{8p}-2=-\frac{1}{8p}>0\quad(\because\ p<0)$$

よって，$(C_2\text{ の頂点の }x\text{ 座標})>(C_1\text{ の頂点の }x\text{ 座標})$

ゆえに，花子さんの「ボールが最も高くなるときの地上の位置」の方が，つねに M の x 座標に近い。

まぁ、実際に投げることをイメージしてみると、
なんとなく分かる気も･･･
っていうか、花子さんがバスケするのかよ！
とツッコミを入れた人は多数いるはず･･･



(2)　$\mathrm{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{15}$ より，点 D $\left(3.8,\ 3+\dfrac{\sqrt{3}}{15}\right)$

$y=a(x-2)^2+q$
$=a(x-2)^2+3-4a$

C_1 はこの点を通るとき，$3+\dfrac{\sqrt{3}}{15}=a(3.8-2)^2+3-4a$

$$\therefore\quad a=-\frac{5\sqrt{3}}{57}$$

$y=a(x-2)^2+3-4a$ に
a の値を代入

よって，C_1 の方程式は　$y=-\dfrac{5\sqrt{3}}{57}(x^2-4x)+3=-\dfrac{5\sqrt{3}}{57}(x-2)^2+3+\dfrac{20\sqrt{3}}{57}$

$(C_2\text{ の頂点の }y\text{ 座標})-(C_1\text{ の頂点の }y\text{ 座標})$

$$=3+\frac{20\sqrt{3}}{57}-3.4=\frac{100\sqrt{3}-114}{285}>\frac{100\times1.73-114}{285}=\frac{59}{285}>0$$

ゆえに，$(C_2\text{ の頂点の }y\text{ 座標})<(C_2\text{ の頂点の }y\text{ 座標})$ であるから，

花子さんの「シュートの高さ」の方が大きい。

また，$\dfrac{20\sqrt{3}-0.4}{57}\fallingdotseq\dfrac{59}{285}\fallingdotseq0.2$ より，「シュートの高さ」の差はボール約 1 個分