

共通テスト（2023年度） 数学ⅡB 模範解答

第4問

(1) (方針1)

$$a_1 = 10 + p$$

$$a_2 = a_1 \times 1.01 + p = 1.01(10 + p) + p$$

$$a_3 = a_2 \times 1.01 + p = 1.01\{1.01(10 + p) + p\} + p$$

⋮

$$a_{n+1} = 1.01a_n + p \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha = 1.01\alpha + p \cdots \cdots \textcircled{2} \text{ とおくと } \alpha = -100p$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } a_{n+1} - \alpha = 1.01(a_n - \alpha)$$

$$\text{よって } a_{n+1} + 100p = 1.01(a_n + 100p)$$

(方針2)

1年目の初めに入金した  $p$  万円は、 $n$ 年目の初めには  $p \times 1.01^{n-1}$  万円になる。

2年目の初めに入金した  $p$  万円は、 $n$ 年目の初めには  $p \times 1.01^{n-2}$  万円になる。

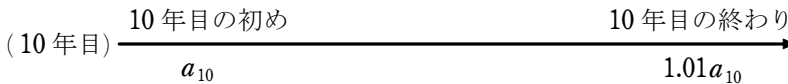
$n$ 年目の初めに入金した  $p$  万円は、 $n$ 年目の初めには  $p$  万円のままである。

$$\text{これより } a_n = 10 \times 1.01^{n-1} + p \times 1.01^{n-1} + p \times 1.01^{n-2} + \cdots + p$$

$$= 10 \times 1.01^{n-1} + p \sum_{k=1}^n 1.01^{k-1}$$

$$\text{ここで, } \sum_{k=1}^n 1.01^{k-1} = \frac{1 \cdot (1.01^n - 1)}{1.01 - 1} = 100(1.01^n - 1)$$

(2)



10年目の終わりの預金が30万円以上であるとき、 $1.01a_{10} \geq 30$

(1)より、 $a_{10} = 10 \times 1.01^9 + p \times 100(1.01^{10} - 1)$  であるから

$$10 \times 1.01^{10} + p \times 101(1.01^{10} - 1) \geq 30$$

$$p \geq \frac{30 - 10 \times 1.01^{10}}{101(1.01^{10} - 1)}$$

(3) 1年目の入金を始める前における花子さんの預金が10万円から3万円増えているので、この3万円と3万円につく利息分が増加量となる。よって、 $n$ 年目の初めの預金は  $a_n$  万円よりも  $3 \times 1.01^{n-1}$  万円多くなる。