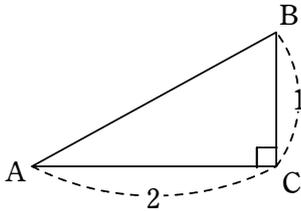


ねこの数式 🐱 nanakoの『猫と気ままな数学生活』

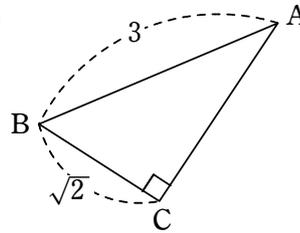
これまでの内容の確認テスト!! 【Ver: 数I 三角比①】 ☆彡

1問目 次の直角三角形において、 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ の値を求めよ。

(1)



(2)



～方針～

残り1辺を三平方の定理で求めて、定義に従って三角比を求めましょう！覚え方は…

$$\sin A = \frac{Aの向かいの辺}{斜辺}, \quad \cos A = \frac{Aをはさむ辺}{斜辺}, \quad \tan A = \frac{直角から残りの頂点Aから直角までの辺}{Aから直角までの辺}$$

～模範解答～

(1) 三平方の定理より $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

よって $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}, \tan A = \frac{1}{2}$ ㊟

(2) 三平方の定理より $AC = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$

よって $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{3}, \cos A = \frac{\sqrt{7}}{3}, \tan A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$ ㊟

2問目 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$ のとき、 $\cos \theta, \tan \theta$ の値を求めよ。

～方針～

角度の範囲によって、 $\cos \theta$ や $\tan \theta$ は『±』どちらもOKか、どちらか一方だけが正解かわ変わるの注意しましょう。

～模範解答～

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より } \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{7}{9} \quad \therefore \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \text{ より, } -1 \leq \cos \theta \leq 1 \text{ なので } \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ より } \tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{3} \div \left(\pm \frac{\sqrt{7}}{3}\right) = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \pm \frac{\sqrt{14}}{7}$$

$$\text{したがって } \begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{3} \\ \tan \theta = \frac{\sqrt{14}}{7} \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} \cos \theta = -\frac{\sqrt{7}}{3} \\ \tan \theta = -\frac{\sqrt{14}}{7} \end{cases} \quad \text{㊟}$$

3問目 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ のとき、次の問いに答えよ。

(1) $\sin\theta \cos\theta$

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

(3) $\sin^4\theta + \cos^4\theta$

(4) $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta}$

～方針～

$\sin\theta \pm \cos\theta$ を見たら 2 乗しましょう。 $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ は $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
 $\sin^4\theta + \cos^4\theta$ は $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ を 2 乗したものを利用します。

～模範解答～

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると $\therefore (\sin\theta + \cos\theta)^2 = \frac{1}{4}$

$\therefore \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4} \quad \therefore 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$

$\therefore \sin\theta\cos\theta = -\frac{3}{8}$ 答

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{8}\right) = \frac{11}{16}$ 答

※ 赤線部は丸暗記じゃなくても良いですが、
パツと作れるようにしておきましょう！

(3) $\sin^4\theta + \cos^4\theta = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2(\sin\theta\cos\theta)^2 = 1^2 - 2\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{23}{32}$ 答

(4) $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{2} \div \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{4}{3}$ 答

4問目 次の三角比の値を 45° 以下の三角比を用いて表せ。

(1) $\sin 80^\circ$

(2) $\cos 110^\circ$

(3) $\tan 175^\circ$

～方針～

公式は丸暗記ではなくて、自分で作れるようにした方が良いでしょう。

～模範解答～

(1) $\sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ$ 答

(2) $\cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ$ 答

(3) $\tan 175^\circ = \tan(180^\circ - 5^\circ) = -\tan 5^\circ$ 答