ねこの数式 nanakoの『猫と気ままな数学生活』

これまでの内容の確認テスト!!【Ver：数Ⅰ三角比③】☆彡

1問目　次の不等式を解け．ただし，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

(1)　$\sin\theta \geqq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$\cos\theta < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(3)　$\tan\theta \geqq \sqrt{3}$

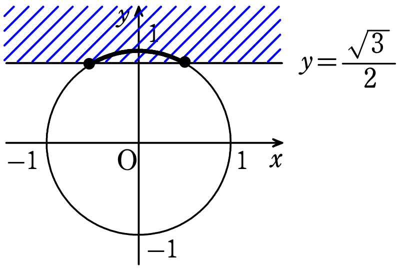
(4)　$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$　　(5)　$\cos\theta \geqq -\dfrac{1}{2}$　　(6)　$\tan\theta \leqq 1$

～方針～

単位円を利用して解けるようにしましょう！

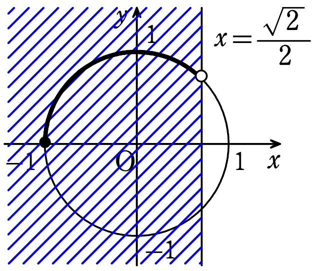
～模範解答～

(1)



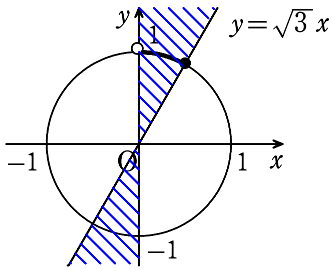
$60° \leqq \theta \leqq 120°$

(2)



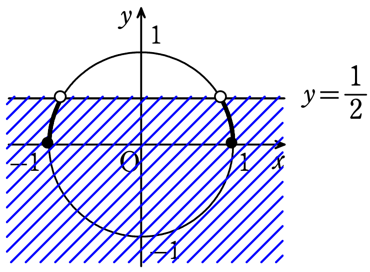
$45° < \theta \leqq 180°$

(3)



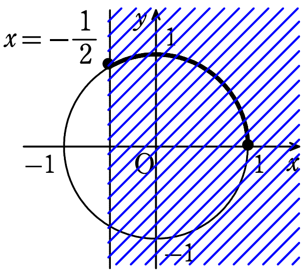
$60° \leqq \theta < 90°$

(4)



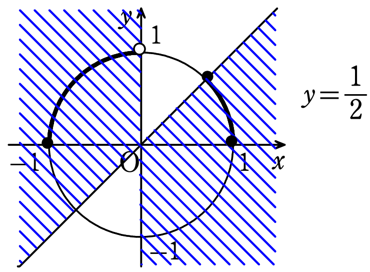
$0° \leqq \theta < 30°,\ 150° < \theta \leqq 180°$

(5)



$0° \leqq \theta \leqq 120°$

(6)



$0° \leqq \theta \leqq 45°,\ 90° < \theta \leqq 180°$

2問目　次の方程式・不等式を解け．ただし，$0° \leqq \theta \leqq 180°$ とする。

(1)　$2\sin^2\theta = \sin\theta$

(2)　$2\sin^2\theta - 3\cos\theta - 3 > 0$

～方針～

2 次方程式，2 次不等式につなげましょう！

～模範解答～

(1)　$2\sin^2\theta = \sin\theta \iff \sin\theta(2\sin\theta - 1) = 0 \iff \sin\theta = 0,\ \dfrac{1}{2}$

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より，$\boldsymbol{\theta = 0,\ 30°,\ 150°}$ 答

(2)　$2\sin^2\theta - 3\cos\theta - 3 > 0 \iff 2(1 - \cos^2\theta) - 3\cos\theta - 3 > 0$

$\iff 2\cos^2\theta + 3\cos\theta + 1 < 0$

$\iff (\cos\theta + 1)(2\cos\theta + 1) < 0$

$\iff -1 < \cos\theta < -\dfrac{1}{2}$

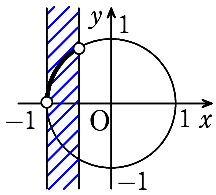
$t = \cos\theta$ とおくと，$-1 \leqq t \leqq 1$

$2t^2 + 3t + 1 < 0$

$(t+1)(2t+1) < 0$

$-1 < t < -\dfrac{1}{2}$　※2次不等式を解く

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ より　$120° < \theta < 180°$ 答



$x = -\dfrac{1}{2}$

3問目　△ABC において，AB=3，AC=2，∠BAC=120° であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　辺 BC の長さを求めよ。　　(2)　△ABC の面積を求めよ。

(3)　外接円の半径を求めよ。　　(4)　内接円の半径を求めよ。

～方針～

内接円の半径は面積を利用です。

～模範解答～

(1)　余弦定理より

$$BC^2=3^2+2^2-2\cdot3\cdot2\cos120^\circ=19 \qquad \therefore BC=\sqrt{19}$$ 答

(2)　求める面積を S とすると　$S=\dfrac{1}{2}\cdot3\cdot2\sin120^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ 答

(3)　外接円の半径を R とすると，正弦定理より

$$\frac{\sqrt{19}}{\sin120^\circ}=2R \qquad \therefore R=\frac{\sqrt{57}}{3}$$ 答

(4)　内接円の半径を r とすると，$S=\dfrac{1}{2}r(AB+BC+CA)$

$$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}r(3+\sqrt{19}+2)$$

$$\Leftrightarrow (5+\sqrt{19})r=3\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow r=\frac{3\sqrt{3}}{5+\sqrt{19}}=\frac{3\sqrt{3}(5-\sqrt{19})}{25-19}=\frac{5\sqrt{3}-\sqrt{57}}{2}$$ 答

4問目　AB=3，AC=7，∠A=60° の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。

(1)　BC を求めよ.　　(2)　BD を求めよ.　　(3)　AD を求めよ.

～方針～

角の 2 等分に関する公式を利用します。また，角の 2 等分線の長さは面積を利用します。

～模範解答～

(1)　余弦定理より　$BC^2=3^2+7^2-2\cdot3\cdot7\cos60^\circ=37 \qquad \therefore BC=\sqrt{37}$ 答

(2)　AD は ∠A の二等分線なので　BD:DC=AB:AC=3:7

よって　$BD=\dfrac{3}{3+7}BC=\dfrac{3\sqrt{37}}{10}$ 答

(3)　$AD=x$ とすると　△ABC=△ABD+△ADC

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot3\cdot7\sin60^\circ=\frac{1}{2}\cdot3\cdot x\sin30^\circ+\frac{1}{2}\cdot7\cdot x\sin30^\circ$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{21\sqrt{3}}{10}$$ 答

5問目　AB=3，BC=7，DA=5，$\angle A=120^\circ$ の四角形 ABCD が円に内接する。

(1)　BD を求めよ。

(2)　CD を求めよ。

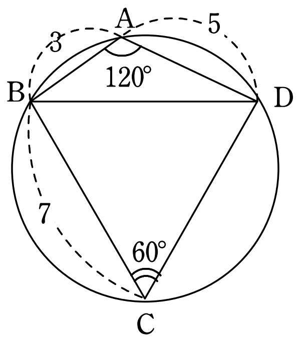
(3)　円の半径を求めよ。

(4)　四角形 ABCD の面積を求めよ。

～方針～

内接四角形では向かい合う内角の和は 180° です。

～模範解答～



(1)　△ABD において余弦定理より

$$BD^2=3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cos120^\circ=49$$

$\therefore$　$BD=7$　答

(2)　$CD=x$ とすると，△BCD において余弦定理より

$$7^2=7^2+x^2-2\cdot7\cdot\cos60^\circ$$

$\Longleftrightarrow$　$x(x-7)=0$

$\Longleftrightarrow$　$x=0,\ 7$

$x>0$ より　$x=7=CD$　答

(3)　△ABD の外接円の半径を求めれば良いので

$$\frac{7}{\sin120^\circ}=2R \quad\Longleftrightarrow\quad R=\frac{7}{2\sin120^\circ}=\frac{7}{\sqrt{3}}=\frac{7}{3}\sqrt{3}$$ 答

(4)　(四角形ABCDの面積)=(△ABD の面積)+(△BCD の面積)

$$=\frac{1}{2}\cdot3\cdot5\sin120^\circ+\frac{1}{2}\cdot7\cdot7\sin60^\circ$$

$$=16\sqrt{3}$$ 答