共通テスト（２０２４年度）　数学ＩＡ　模範解答

第１問

〔１〕

$$n<2\sqrt{13}<n+1 \quad \cdots\cdots ①$$

ここで，$2\sqrt{13}=\sqrt{52}$ より，$7<2\sqrt{13}<8$

よって，① を満たす自然数 n は　$n=7$

$$a=2\sqrt{13}-7 \ \cdots\cdots ②,\ b=\frac{1}{a} \ \cdots\cdots ③$$

で定める。このとき，

$$b=\frac{1}{2\sqrt{13}-7}=\frac{1\times(2\sqrt{13}+7)}{(2\sqrt{13}-7)(2\sqrt{13}+7)}=\frac{7+2\sqrt{13}}{3}$$

である。また，

$$\begin{aligned}a^2-9b^2&=(a+3b)(a-3b)\\&=\left\{(2\sqrt{13}-7)+3\times\frac{7+2\sqrt{13}}{3}\right\}\left\{(2\sqrt{13}-7)-3\times\frac{7+2\sqrt{13}}{3}\right\}\\&=4\sqrt{13}\times(-14)\\&=-56\sqrt{13}\end{aligned}$$

① から，$\dfrac{7}{2}<\sqrt{13}<\dfrac{7+1}{2}=4$ ……⑤

$7<2\sqrt{13}<8$ より，$\dfrac{14}{3}<\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}<5$ であるから，

$\dfrac{m}{3}<b<\dfrac{m+1}{3}$ を満たす整数 m は　$m=14$

また，$b=\dfrac{1}{a}$ より，$\dfrac{m}{3}<\dfrac{1}{a}<\dfrac{m+1}{3}$ であり，辺々は正なので逆数をとると

$$\frac{3}{m+1}<a<\frac{3}{m}$$

よって，$m=14$，$a=2\sqrt{13}-7$ より，$\dfrac{1}{5}<2\sqrt{13}-7<\dfrac{3}{14}$　　$\therefore\ \dfrac{18}{5}<\sqrt{13}<\dfrac{101}{28}$

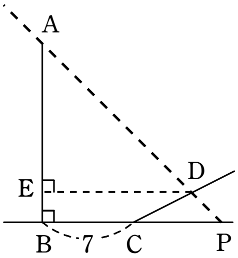
$\dfrac{18}{5}=3.6$，$\dfrac{101}{28}=3.607\cdots$ であるから，$\sqrt{13}$ の整数部分は 3，小数第 1 位の数字は 6，小数第 2 位は 0 である。

［2］

$$\tan\angle DCP=\frac{7}{100}=0.07$$

$\tan 4^\circ=0.0699$，$\tan 5^\circ=0.0875$ であるから，$4^\circ<\angle DCP<5^\circ$

よって，$n=4$



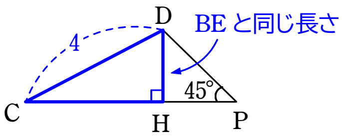
以下，$\angle DCP=4^\circ$，$BC=7m$，$CD=4m$，$\angle APB=45^\circ$ とする。

点 D から直線 BP に下ろした垂線の足を H とすると，

$$BE=DH=4\times\sin\angle DCP\ \mathrm{m}$$

また，$DE=BC+CH$ より，

$$DE=(7+4\times\cos\angle DCP)\mathrm{m}$$



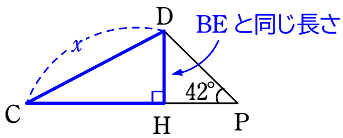
さらに，電柱の高さ AB は

$$\begin{aligned}AB&=AE+BE\\&=DE+BE\quad(\because\ \angle APB=45^\circ)\\&=(7+4\cos\angle DCP)+4\sin\angle DCP\\&=7+4(0.0698+0.9976)\quad(\because\ \text{三角比の表})\\&=11.2696\mathrm{m}\end{aligned}$$

小数第 2 位を四捨五入すると 11.3m であることが分かる。

続いて，$\angle APB=42^\circ$ として，先と同様に解く。

$CD=x$ とすると，



$$\begin{aligned}AB&=AE+BE\\&=DE\tan 42^\circ+BE\\&=DE\tan 42^\circ+BE\\&=(BC+CH)\tan 42^\circ+DH\\&=(7+x\cos\angle DCP)\tan 42^\circ+x\sin\angle DCP\\&=7\tan 42^\circ+x\cos\angle DCP\tan 42^\circ+x\sin\angle DCP\end{aligned}$$

よって，$x(\sin\angle DCP+\cos\angle DCP\ \tan 42^\circ)=AB-7\tan 42^\circ$

ゆえに，$x=\dfrac{AB-7\times\tan 42^\circ}{\sin\angle DCP+\cos\angle DCP\ \tan 42^\circ}$