

# ねこの数式🐱 nanakoの『猫と気ままな数学生活』

## これまでの内容の確認テスト!! 【Ver: 数I数と式(展開因数分解②)】☆三

**1問目** 次の式を因数分解せよ。

(1)  $3x^2+7x+2$

(2)  $2x^2-x-3$

(3)  $4a^2-8a+3$

(4)  $6a^2-7ab-3b^2=0$

(5)  $6x^2+10xy+4y^2$

(6)  $2x^2+\frac{7}{2}x-1=0$

### ～方針～

くくれるものをくくった後にたすきがけです。

### ～模範解答～

(1) (与式) =  $(3x+1)(x+2)$  答

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \rightarrow 1 \\ 1 \times 2 \rightarrow 6 \\ \hline 3 \quad 2 \quad 7 \end{array}$$

(2) (与式) =  $(2x-3)(x+1)$  答

$$\begin{array}{r} 2 \quad -3 \rightarrow -3 \\ 1 \times 1 \rightarrow 2 \\ \hline 2 \quad -3 \quad -1 \end{array}$$

(3) (与式) =  $(2a-1)(2a-3)$  答

$$\begin{array}{r} 2 \quad -1 \rightarrow -2 \\ 2 \times -3 \rightarrow -6 \\ \hline 4 \quad -3 \quad -8 \end{array}$$

(4) (与式) =  $(3a+b)(2a-3b)$  答

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \rightarrow 2 \\ 2 \times -3 \rightarrow -9 \\ \hline 6 \quad -3 \quad -7 \end{array}$$

(5) (与式) =  $2(3x^2+5xy+2y^2)$

=  $2(3x+2y)(x+y)$  答

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \rightarrow 2 \\ 1 \times 1 \rightarrow 3 \\ \hline 3 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

(6) (与式) =  $\frac{1}{2}(4x^2+7x-2)$

=  $\frac{1}{2}(4x-1)(x+2)$  答

$$\begin{array}{r} 4 \quad -1 \rightarrow -1 \\ 1 \times 2 \rightarrow 8 \\ \hline 4 \quad -2 \quad 7 \end{array}$$

**2問目** 次の式を因数分解せよ。

(1)  $ax^2 + (a^2 - 2)x - 2a$

(2)  $a^2x^2 + a(b - 3)x - 3b$

(2)  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a^2 - 1$

～方針～

$x$  に注目してたすきがけしましょう。 $a$  や  $b$  は文字定数 (数字扱い) として扱います。

～模範解答～

(1)  $ax^2 + (a^2 - 2)x - 2a$

① 表に係数を書き込む。

$$\begin{array}{r} \times \quad \rightarrow \\ \quad \rightarrow \\ \hline a \quad -2a \quad a^2 - 2 \end{array}$$

② かけて  $a$  の組を考える。

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \times \quad \rightarrow \\ \boxed{1} \quad \rightarrow \\ \hline a \quad -2a \quad a^2 - 2 \end{array}$$

③ かけて  $-2a$  の組を考える。

$\Rightarrow -1, 2, a$  を上下に割り振る。

$$\begin{array}{r} a \quad \boxed{\quad} \rightarrow \\ 1 \quad \rightarrow \\ \hline a \quad -2a \quad a^2 - 2 \end{array}$$

④  $a^2 - 2$  となるような組をさがす。

$\Rightarrow$  特に  $a^2$  を作ることを意識する。

$$\begin{array}{r} a \quad \boxed{\quad} \rightarrow \\ 1 \quad \times \quad \boxed{a} \rightarrow a^2 \\ \hline a \quad -2a \quad a^2 - 2 \end{array}$$

⑤ 完成

$$\begin{array}{r} a \quad -2 \rightarrow -2 \\ 1 \quad a \rightarrow a^2 \\ \hline a \quad -2a \quad a^2 - 2 \end{array}$$

(与式) =  $(ax - 2)(x + a)$  ㊟

(2)  $a^2x^2 + a(b - 3)x - 3b$  ここは展開しておいた方が

$$\begin{array}{r} a \quad b \rightarrow ab \\ a \quad -3 \rightarrow -3a \\ \hline a^2 \quad -3b \quad ab - 3a \end{array}$$

組合せを見つけやすい。

(与式) =  $(ax + b)(ax - 3)$  ㊟

ここは絶対に

(3)  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a^2 - 1$  因数分解しておく。

$$= ax^2 + (a^2 + 1)x + (a + 1)(a - 1)$$

$$\begin{array}{r} a \quad a + 1 \rightarrow a + 1 \\ 1 \quad a - 1 \rightarrow a^2 - a \\ \hline a \quad (a + 1)(a - 1) \quad a^2 + 1 \end{array}$$

(与式) =  $(ax + b)(ax - 3)$  ㊟

参考

$a + 1$  と  $a - 1$  を上下どちらに書くかは、 $a^2 + 1$  の  $+1$  をどう作るかを意識すると判断しやすいです。

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \times \quad \rightarrow \\ 1 \quad \rightarrow \text{無理!} \\ \hline a \quad (a + 1)(a - 1) \quad a^2 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a \quad \rightarrow a + 1 \\ \boxed{1} \times \quad \rightarrow \\ \hline a \quad (a + 1)(a - 1) \quad a^2 + 1 \end{array}$$

**3問目** 次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

(2)  $x^3 + 27$

(3)  $8a^3 - b^3$

(4)  $2x^3 - 16$

～方針～

公式を利用するだけです。(1) は推測して検証がベストです。

～模範解答～

(1) (与式) =  $x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3$   
 $= (x + 3)^3$  答

実際は…

「 $x^3 + \dots + 27$ 」だから「 $(x + 3)^3$ 」と推測。  
 あとは展開して、元に戻るか確認する。

(2) (与式) =  $x^3 + 3^3$   
 $= (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$  答

(3) (与式) =  $(2a)^3 - b^3$   
 $= (2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$  答

(4) (与式) =  $2(x^3 - 2^3)$   
 $= 2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$  答

**4問目** 次の式を因数分解せよ。

(1)  $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$

(2)  $(x - 1)(x - 2)(x + 3)(x + 4) - 36$

～方針～

置き換えを利用して途中まで展開してから因数分解するパターンです。出来れば下の模範解答の(2)のように置き換えずに、1つの文字だと思って展開・因数分解ができる方が良いです。

～模範解答～

(1) (与式) =  $(x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) - 24$   
 $= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 24$   
 $= (A + 4)(A + 6) - 24 \quad (A = x^2 + 5x)$   
 $= A^2 + 10A$   
 $= A(A + 10)$   
 $= (x^2 + 5x)(x^2 + 5x + 10) \quad (A = x^2 + 5x)$   
 $= x(x + 5)(x^2 + 5x + 10)$  答

(2) (与式) =  $(x - 1)(x + 3)(x - 2)(x + 4) - 36$  (1)と同じように置き換えると…  
 $= (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8) - 36 \rightarrow = (A - 3)(A - 8) - 36$   
 $= (x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) - 12 = A^2 - 11A - 12$   
 $= (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 12) = (A + 1)(A - 12)$   
 $= (x + 1)^2(x^2 + 2x - 12)$  答