ねこの数式🐾 nanakoの『猫と気ままな数学生活』

これまでの内容の確認テスト!! 【Ver：数Ⅰ数と式（展開因数分解③）】☆彡

1問目　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2+xy+3x+2y+2$　　(2)　$x^2y+x^2-2x-y+1$

(3)　$a^2+ac+a-b^2+bc-b+c$

～方針～

次数の低い文字に注目して整理文字くくれるものをくくった後にたすきがけです。

～模範解答～

(1)　$(\text{与式})=\underline{xy+2y}+\underline{x^2+3x+2}$

$=\underline{(x+2)y}+\underline{(x+1)(x+2)}$

$=(x+2)(\underline{y}+\underline{x+1})$

$=\boldsymbol{(x+2)(x+y+1)}$　答

次数の低い文字 y について注目
→それ以外の文字(x)は定数扱い
つまり　$3y+2y+20$
$=(3+2)y+20$
$=5y+5\cdot4$
$=5(y+4)$
と同じような計算をします！

(2)　$(\text{与式})=\underline{x^2y-y}+\underline{x^2-2x+1}$

$=\underline{(x^2-1)y}+\underline{x^2-2x+1}$

$=\underline{(x+1)(x-1)y}+\underline{(x-1)^2}$

$=(x-1)\{\underline{(x+1)y}+\underline{(x-1)}\}$

$=(x-1)(xy+y+x-1)$

$=\boldsymbol{(x-1)(xy+x+y-1)}$　答

(3)　$(\text{与式})=\underline{ac+bc+c}+\underline{a^2-b^2+a-b}$

$=\underline{(a+b+1)c}+\underline{(a+b)(a-b)+(a-b)}$

$=\underline{(a+b+1)c}+\underline{(a-b)(a+b+1)}$

$=(a+b+1)\{\underline{c}+\underline{(a-b)}\}$

$=\boldsymbol{(a+b+1)(a-b+c)}$　答

a^2-b^2+a-b の因数分解は、
セオリー通りなら、以下のように
進める。
a^2-b^2+a-b
$=a^2+a-b^2-b$
$=a^2+a-b(b+1)$
（たすきがけをして…）
$=(a-b)(a+b+1)$

2問目　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2+3xy+2y^2+2x+3y+1$　　　(2)　$2x^2+xy-y^2-5x-2y+3$

～方針～

どちらの文字に注目しても2次式となるパターンです。y を定数扱いして，x の2次式として因数分解をしましょう。

～模範解答～

(1)　$(与式)=x^2+3yx+2x+2y^2+3y+1$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 1 & \to & 2 \\ 2 & & 1 & \to & 1 \\ \hline 2 & & 1 & & 3 \end{array}$$

$=x^2+(3y+2)x+(y+1)(2y+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & y+1 & \to & y+1 \\ 1 & & 2y+1 & \to & 2y+1 \\ \hline 1 & & (y+1)(2y+1) & & 3y+2 \end{array}$$

$=\{x+(y+1)\}\{x+(2y+1)\}$

$=\boldsymbol{(x+y+1)(x+2y+1)}$　答

(2)　$(与式)=2x^2+yx-5x-y^2-2y+3$

$=2x^2+(y-5)x-(y-1)(y+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & y-1 & \to & 2y-2 \\ 2 & & -(y+3) & \to & -y-3 \\ \hline 2 & & -(y-1)(y+3) & & y-5 \end{array}$$

$=\{x+(y-1)\}\{2x-(y+3)\}$

$=(x+y-1)(2x-y-3)$

3問目　次の式を因数分解せよ。

(1)　$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

(2)　$a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+3abc$

(3)　$c(a^3-b^3)+a(b^3-c^3)+b(c^3-a^3)$

～方針～

2問目と同じ対応で解けるのですが、単純に複雑に感じます。基本は，a^2，a，それ以外の 3 つのグループに分けて因数分解していきます。

～模範解答～

(1)　(与式)$=a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

$=(b-c)a^2+b^2c-b^2a+c^2a-bc^2$　←違うグループが混ざっているところを展開した

$=(b-c)a^2-b^2a+c^2a+b^2c-bc^2$　←グループごとに並べ替えた

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$　←グループごとに整理した

$=(b-c)a^2-(b-c)(b+c)a+bc(b-c)$　←グループごとに因数分解した

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$　←共通因数(カッコ)でくくる

$=(b-c)(a-b)(a-c)$　←中カッコの中身を因数分解(たすきがけ)した

$=-(a-b)(b-c)(c-a)$　答　←見た目をキレイにするためくくった

(2)　(与式)$=ba^2+ca^2+b^2a+3bca+c^2a+bc^2+b^2c$

$=(b+c)a^2+(b^2+3bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=\{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\}$

$=(a+b+c)(ab+bc+ca)$　答

$$\begin{array}{cccccc} 1 & & b+c & \rightarrow & b^2+2bc+c^2 \\ b+c & \times & bc & \rightarrow & bc \\ \hline b+c & & bc(b+c) & & b^2+3bc+c^2 \end{array}$$

(3)　(与式)$=c(a^3-b^3)+a(b^3-c^3)+b(c^3-a^3)$

$=ca^3-b^3c-(c^3-b^3)a+bc^3-ba^3$　←違うグループが混ざっているところを展開した

$=ca^3-ba^3-(c^3-b^3)a+bc^3-b^3c$　←グループごとに並べ替えた

$=(c-b)a^3-(c^3-b^3)a+bc^3-b^3c$　←グループごとに整理した

$=(c-b)a^3-(c-b)(c^2+bc+b^2)a+bc(c-b)(c+b)$　←グループごとに因数分解した

$=(c-b)\{a^3-(c^2+bc+b^2)a+bc(c+b)\}$　←共通因数(カッコ)でくくる

$=(c-b)\{a^3-(c^2+bc+b^2)a+bc(c+b)\}$　←中カッコの中身で、次数の引く文字に注目

$=(c-b)(a^3-c^2a-cab-ab^2+c^2b+cb^2)$　←中カッコの中身を展開

$=(c-b)(cb^2-ab^2+c^2b-cab+a^3-c^2a)$　←グループごとに並べ替えた

$=(c-b)\{(c-a)b^2+c(c-a)b-a(c-a)(c+a)\}$　←グループごとに因数分解した

$=(c-b)(c-a)\{b^2+cb-a(c+a)\}$　←共通因数(カッコ)でくくる

$=(c-b)(c-a)(b-a)\{b+(c+a)\}$　←中カッコの中身を因数分解(たすきがけ)した

$=(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$　答　←見た目をキレイにするためマイナスを2回かけた

4問目　次の式を因数分解せよ。

(1)　x^4-5x^2+4

(2)　x^4+5x^2+9

～方針～

(1) と (2) は似ていますが，解き方はまったく異なります。(1) の解き方を疑ってダメだったとき，(2) の解き方を試してみましょう。

～模範解答～

(1)　(与式) $=(x^2)^2-5x^2+4$

$=A^2-5A+4$　$(A=x^2)$

$=(A-1)(A-4)$

$=(x^2-1)(x^2-4)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)}$　答

(2)　(与式) $=x^4+\boldsymbol{6x^2}+9\boldsymbol{-x^2}$　← $x^4+\cdots+9$ から $(x^2+3)^2-○^2$ or $(x^2-3)^2-○^2$ の形を目指すことに。

$=(x^2+3)^2-x^2$

$=\{(x^2+3)+x\}\{(x^2+3)-x\}$　← $X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$ の因数分解

$=\boldsymbol{(x^2+x+3)(x^2-x+3)}$　答